Signe de $f'(x)$

x	0	1	$+\infty$
x^2-1	$-$	0	$+$
$2x$	$+$		$+$
$\frac{2x}{x^2-1}$	$-$	$\|\|$	$+$

Tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\|\|$	$+$
$f(x)$	0 ↘	$\|\|$ $-\infty$	↗ $+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to1} f(x) = \lim\limits_{x\to1} \ln|1-x^2| \underset{t=|1-x^2|}{=} \lim\limits_{t\to0^+} \ln t = -\infty$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

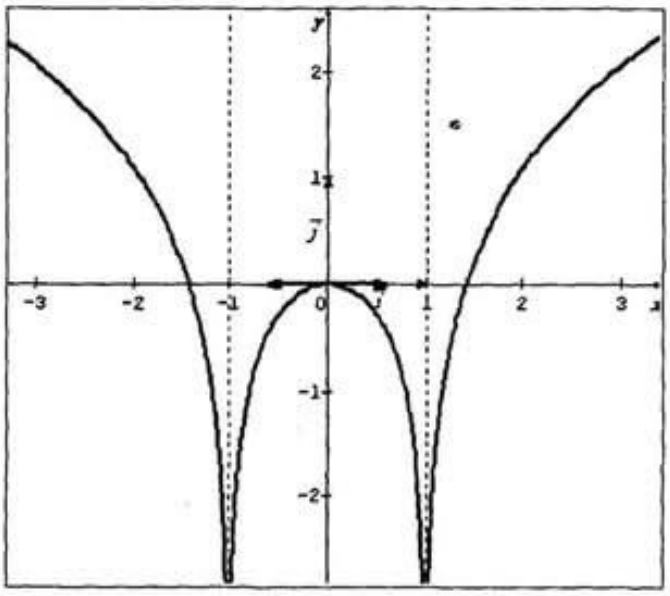
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x^2-1)}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x^2 + \ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \left(2\frac{\ln x}{x} + \frac{\ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}{x} \right) = 0$$

$\Rightarrow$ C admet une branche infinie parabolique de direction $(o,\vec{i})$.

Courbe : f est paire donc C est symétrique par rapport à $(o,\vec{j})$.



4) $g(x) = x\ln(x^2-1) + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - 2x$

g est dérivable sur $]1,+\infty[$ et

$$g'(x) = \ln(x^2-1) + x.\frac{2x}{x^2-1} + \frac{\frac{-2}{(x-1)^2}}{\frac{x+1}{x-1}} - 2$$

$$= \ln(x^2-1) + \frac{2x^2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2-1} - 2$$

$$= \ln(x^2-1) + \frac{2x^2-2-2x^2+2}{x^2-1}$$

$$= \ln(x^2-1) = f(x) \text{ pour } x>1.$$

$g'(x) = f(x) \Rightarrow g$ est une primitive de f sur $]1,+\infty[$

Exercice 11

$$f(x) = \ln\left|\frac{3x-6}{x+2}\right|$$

1) $Df = \mathbb{R} \setminus \{-2,2\} =]-\infty,-2[\cup]-2,2[\cup]2,+\infty[$

Oarray.tn Aqra Blech Oarray.tn